۲

میانگین، میانه، نما، انحراف استاندارد و...

MEAN, MEDIAN, MODE, STANDARD DEVIATION, CONFIDECE INTERVAL

خلاصه نکات یادگیری

درصد

درصد اولین و مهمترین مفهومی است که در آمارها استفاده می‌شود و به راحتی قابل درک است. از درصد به طور عمده در جدول‌بندی داده‌ها استفاده می‌شود تا مقیاسی برای ارزیابی یا مقایسه داده‌ها در اختیار خواننده قرار دهد.

"درصد" به معنی در صد است، بنابر این نسبتی از ۱۰۰ را توصیف می‌کند. برای مثال ۵۰٪ پنجاه تا از ۱۰۰تا یا کسر ۱/۲ است. سایر درصدهای رایج ۲۵٪ (۲۵ از ۱۰۰ یا ۱/٤) ، ۷۵٪ (۷۵ از ۱۰۰ یا ۳/٤) است. برای محاسبه درصد، تعداد اقلام یا بیماران در گروه را بر تعدادکل افراد در گروه تقسیم کرده و در ۱۰۰ضرب کنید.

مثال

اطلاعات مربوط به۸۰ بیمار مراجعه کننده به بخش پیوند قلب جمع آوری شده‌است. محقق می‌خواهد سن افراد را باهم مقایسه کند. داده‌های مربوط به سن در "دامنهٔ دهه" در جدول ۱ نشان داده شده‌است.

جدول ۱. سن۸۰ بیمار که برای پیوند قلب مراجعه کردند

سن [۱]	فراوانی [۲]	درصد [۳]
۰-۹	۲	۲/۵
۱۰-۱۹	۵	٦/۲۵
۲۰-۲۹	٦	۷/۵
۳۰-۳۹	١٤	۱۷/۵
٤۰-٤۹	۲۱	۲٦/۲۵
۵۰-۵۹	۲۰	۲۵
≥٦۰	۱۲	۱۵
کل	۸۰	۱۰۰

[۱] دامنه سال = دهه؛

[۲] فراوانی = تعداد بیماران مراجعه کننده؛

[۳] درصد = درصد بیماران در هر دهه، به عنوان مثال، در گروه سنی ۳۹-۳۰ سال ۱۴ بیمار وجود دارد، و ما سن ۸۰ بیمار را می‌دانیم، بنابر این: ۱۴÷۸۰×۱۰۰=۱۷/۵ %

مراقب باشید

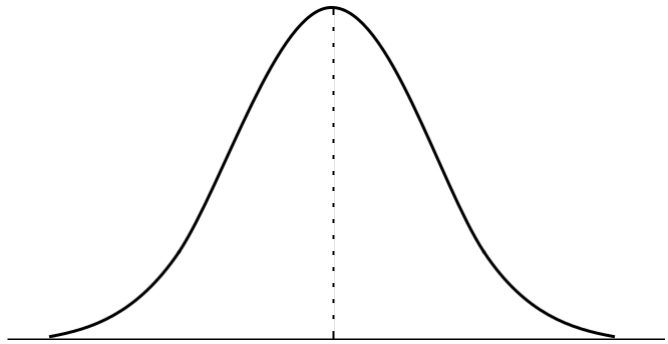
نویسندگان می‌توانند از درصدها برای مخفی کردن اندازه واقعی داده‌ها استفاده کنند. این‌که بگوییم ۵۰٪ از نمونه شرایط خاصی دارند درحالی که فقط چهار نفر در نمونه هستند اطلاعات آن مشابه وقتی که ۵۰٪ نمونه بر اساس۴۰۰ نفر ارائه می شود، نیست. بنابراین، درصدها باید به عنوان یک کمک‌اضافی برای خواننده باشد نه این‌که جایگزین داده‌های واقعی شود.

میانگین(MEAN)

معمولاً به عنوان میانگین حسابی یا متوسط شناخته می‌شود. میانگین در ۹۰٪ مقالات مورد بررسی به چشم می‌خورد، بنابراین درک درست نحوه محاسبه آن حائز اهمیت است. میانگین یکی از ساده‌ترین مفاهیم آماری است. با این‌حال، در بیشتر گروه‌هایی که تدریس کرده‌ام حداقل یک نفر بوده‌است که اعتراف کرده چگونگی محاسبه میانگین را نمی‌داند، بنابراین از اینکه برخی مطالب ساده را در اینجا ذکر کردم عذرخواهی نمی‌کنیم.

وقتی توزیع داده‌ها در هر طرف نقطه میانی تقریباً یکسان باشد، میانگین کاربرد دارد، به عنوان مثال، وقتی داده‌ها "به طور طبیعی توزیع شده باشند."

"توزیع طبیعی" در آمار بسیار استفاده می‌شود. این توزیع متقارن و ناقوسی شکلِ داده‌ها در شکل۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. توزیع طبیعی. خط چین میانگین داده‌ها را نشان می‌دهد.

میانگین از مجموع کل مقادیر تقسیم بر تعداد مقادیر به دست می‌آید (برای درک جزئیات به فصل ۱۴ رجوع نمایید).

مثال

پنج زن در مطالعهٔ عوامل کاهش دهندهٔ چربی در سن ۵۲ ، ۵۵ ، ۵۶ ، ۵۸ و ۵۹ سال بررسی شدند. به طور میانگین زنان شرکت‌کننده در این مطالعه چند سال دارند؟

ابتدا سن تمام شرکت کنندگان را به هم اضافه کنید: ۲۸۰=۵۹+۵۸+۵۶+۵۵+۵۲
اکنون بر تعداد زنان تقسیم کنید: ۵۶=۵÷۲۸۰ ؛ بنابراین میانگین سنی زنان در این مطالعه ۵۶ سال است.

مراقب باشید

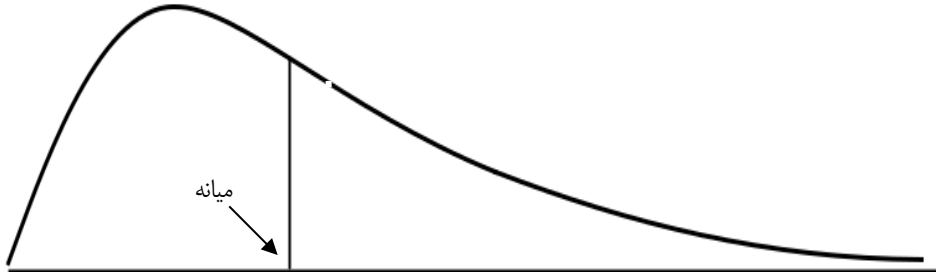
اگر یک مقدار (یا تعدادی از مقادیر) بسیار کوچکتر یا بزرگتر از سایرین باشد، داده‌ها را "چوله" می‌کند، و میانگین تصویر خوبی از مقادیر معمول نخواهد بود.

به عنوان مثال، اگر ششمین بیمار با سن ۹۲ سال را وارد مطالعهٔ بالا کنیم، میانگین سنی ۶۲ سال خواهد شد، در حالی که تنها یک زن بالای۶۰ سال در مطالعه وجود دارد. در این حالت، "میانه"می‌تواند نقطه میانی مناسب‌تری باشد.

یک سؤال چندگزینه‌ای متداول در آزمون‌ها، تفاوت بین میانگین، میانه و نما است، مطمئن شوید که بین آنها سردرگم نمی‌شوید.

میانه (MEDIAN)

گاهی میانه به عنوان نقطه میانی (mid-point) شناخته می‌شود.
میانه در بیش از نیمی از مقالات اصلی ارائه شده‌است.
درک آن حتی ساده‌تر از میانگین است.
میانه برای نشان دادن متوسط داده‌ها زمانی که داده‌ها متقارن نیستند، مثل، توزیع چوله "skewed" در شکل ۲ استفاده می‌شود. شکل این نمودار را با توزیع طبیعی در شکل ۱ مقایسه کنید.



شکل ۲. نمونه‌ای از یک توزیع چوله. خط عمودی، میانه را نشان می‌دهد.

میانه نقطه‌ای است که نیمی از مقادیر بالای آن و نیمی دیگر در پایین آن قرار می‌گیرد.

مثال

با استفاده از مثال پیشگفت، از ۵ بیمار در سن ۵۲ ، ۵۵ ، ۵۶ ، ۵۸ و ۵۹ سال، میانه سنی ۵۶ سال (به اندازه میانگین) است و نیمی از زنان مسن‌تر از ۵۶ سال و نیمی از آنها جوان‌تر از ۵۶ سال هستند.
اما، در مثال دوم با شش بیمار با سن ۵۲ ، ۵۵ ، ۵۶ ، ۵۸ ، ۵۹ و ۹۲ سال، دو سن "وسط" ، ۵۶ و ۵۸ سال وجود دارد. میانه، یعنی ۵۷، وسط این دو عدد است. در اینجا میانه نسبت به میانگین ۶۲، ایده بهتری از نقطه میانی این داده‌های چوله به دست می‌دهد.

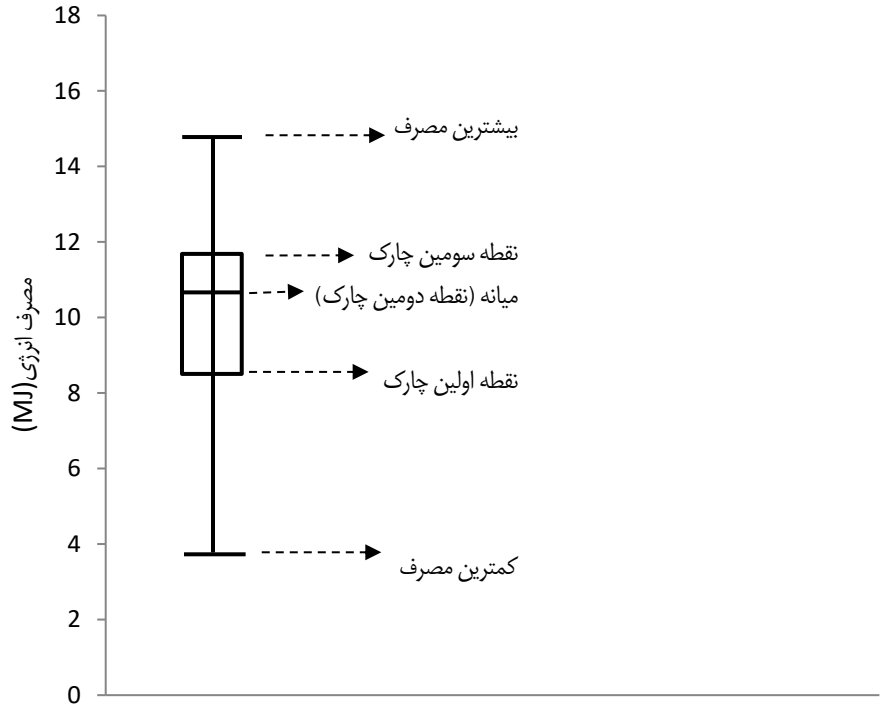
مراقب باشید

میانه ممکن است با دامنه بین چارکی (inter-quartile range) داده شود. ۱/۴ از داده‌ها پایینِ نقطه اولین چارک است، ۳/۴ داده‌های نمونه پایین نقطهٔ سومین چارک قرار می‌گیرد، بنابراین IQR شامل ۱/۲ وسط نمونه است. این را می‌توان در نمودار "جعبه و خط" نشان داد.

مثال

یک متخصص تغذیه میزان مصرف انرژی ۲۴ ساعته ۵۰ بیمار را در بخش‌های مختلف اندازه‌گیری کرد. در یکی‌از بخش‌ها دو بیمار وجودداشت که‌از راه‌دهان هیچ غذایی دریافت نکردند. میانه آن ۱۲٫۲ مگاوژول، IQR یا دامنه بین چارکی ۱۳/۶ بود. کمترین میزان مصرف ۰ ، بالاترین میزان ۱۶/۷ بود. این توزیع توسط نمودار جعبه و خط در شکل ۳ نشان داده شده‌است.

شکل ۳. نمودار جعبه و خط، مصرف انرژی۵۰ بیمار طی ۲۴ ساعت را نشان می‌دهد. دو انتهای نمودار بیانگر حداکثر و حداقل مقادیر است. البته در این نمودار نتایج افراطی، مانند دو بیمار nil by mouth (بدون تغذیه از راه دهان) نشان داده نشده‌است.



شکل شماره ۳ نمودار جعبه و خط

نما (MODE)

نما یک مفهوم آسان، با ارزشی محدود است که به ندرت در مقالات دیده می‌شود.

هنگامی که به یک برچسب برای رویدادهایی که به وفور رخ می‌دهد نیاز داریم، از نما استفاده می‌شود.
نما، شایع‌ترین رخداد در مجموعه‌ای از داده ها است.
مثال
در کلینیک چشم پزشکی رنگ چشم ۱۰۰ بیمار متوالی ثبت شد. نتایج در شکل ۴ نشان داده شده‌است.

شکل ۴ نمودار رنگ چشم بیماران مراجعه کننده به کلینیک چشم پزشکی

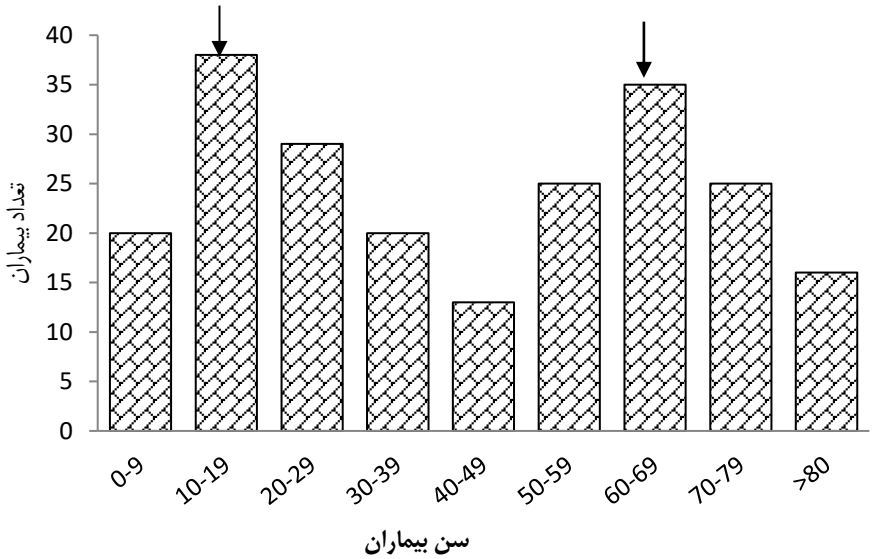
در این جا، رنگ چشم قهوه‌ای، شایع‌ترین رنگ است.
ممکن است شما "توزیع دو نمایی" نیز ببینید. معمولاً وقتی این موارد در مقالات ذکر می‌شود، بیانگر یک مفهوم است تا محاسبه مقادیر واقعی، برای مثال: "به نظر می‌رسد داده‌ها از توزیع دو نمایی پیروی می‌کند[1]".

در شکل شماره ۵ دو قله (peak) وجود دارد، و نمونه‌ای از توزیع دو نمایی را نشان می‌دهد.

[1] "bi-modal distribution".

داده‌های دو نمایی ممکن است حاکی از آن باشد که دو جمعیت وجود دارند که با هم مخلوط شده‌اند، بنابراین یک میانگین (متوسط) اندازه‌ای مناسب برای این توزیع نیست.

فلش‌ها در شکل۵، نما در سنین ۱۰-۱۹ ساله و ۶۰-۶۹ ساله را نشان می‌دهد.



شکل ۵. نمودار سن بیماران مبتلا به آسم که دارای دو نما می باشد.

انحراف استاندارد (Standard Deviation)

در دو سوم مقالات انحراف استاندارد به عنوان اساس یکی از محاسبات آماری استفاده شده‌است. انحراف استاندارد یک مفهوم شهودی نیست، و درک آن کمی مشکل است.

انحراف استاندارد (SD) برای داده‌هایی که "توزیع طبیعی" دارند، استفاده می‌شود و برای کسب اطلاعات درمورد اندازهٔ پراکندگی داده‌ها در اطراف میانگین به کار می‌رود.

مفهوم SD این است که مجموعه مقادیر، به طور متوسط چقدر در اطراف میانگین پراکنده می‌باشند. دامنهٔ یک SDبالاتر یا پایین‌تر از میانگین (SD ± ۱) شامل ۶۸/۲٪ از مقادیر است. به همین صورت، دامنهٔ دو SD بالاتر یا پایین‌تر از میانگین (SD ± ۲) شامل ۹۵/۴٪ از مقادیر است، و دامنهٔ سه SD بالاتر یا پایین‌تر از میانگین (SD ± ۳) شامل ۹۹/۷٪ از مقادیر است.

مثال

فرض کنید گروهی از بیماران که برای یک کارآزمایی ثبت نام کرده‌اند از نظر وزن دارای توزیع طبیعی هستند. میانگین وزن بیماران ۸۰ کیلوگرم، و انحراف استاندارد برای این گروه ۵ کیلوگرم محاسبه شد.

بنا براین:

یک SD پایین میانگین ۷۵=۵-۸۰ کیلوگرم است.

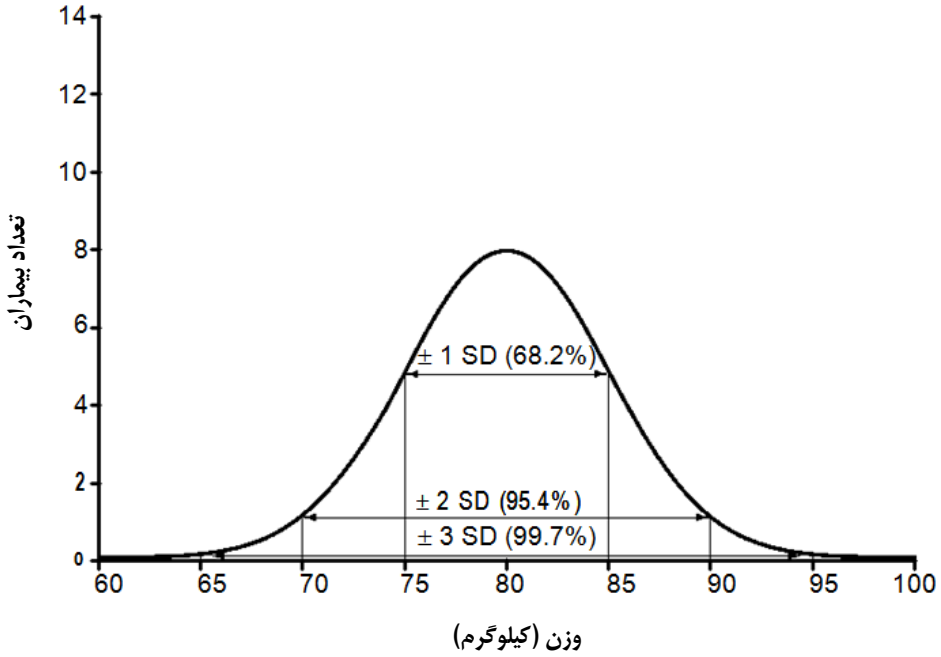
یک SD بالای میانگین ۸۵=۵+۸۰ کیلوگرم است.

1 SD± شامل ۶۸/۲٪ از افراد می‌شود، یعنی ۶۸/۲ درصد بیماران بین ۷۵ تا ۸۵ کیلوگرم وزن دارند.

۹۵٪/۴ بین ۷۰ تا ۹۰ کیلوگرم وزن دارند (2 SD±)

۹۹٪/۷ از بیماران بین ۶۵ تا ۹۵ کیلوگرم وزن دارند (3SD ±)

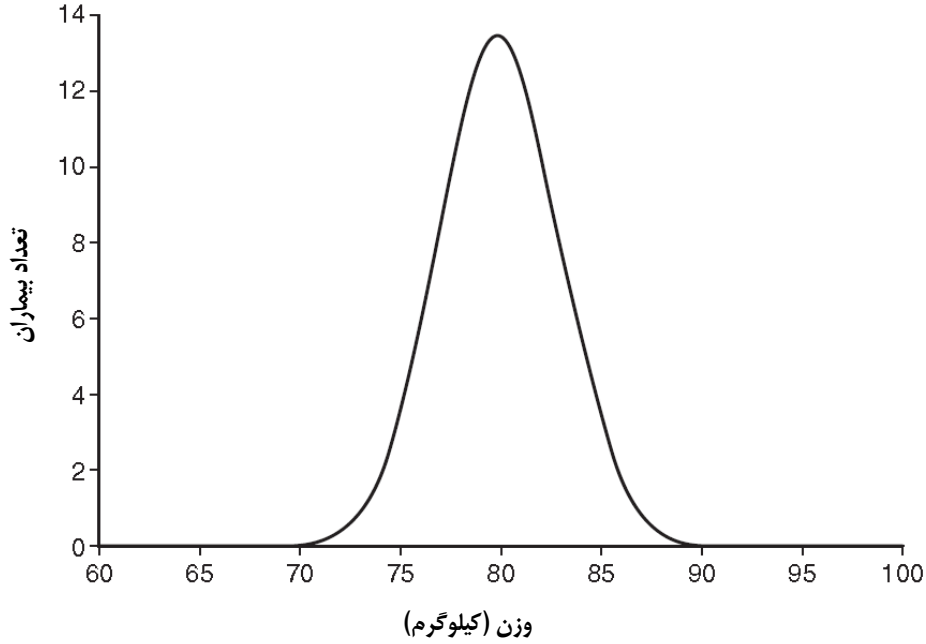
ببینید چگونه اینها را با استفاده از نمودار داده‌ها در شکل ۶ نشان می‌دهیم.



شکل۶ نمودار توزیع‌طبیعی وزن بیماران شرکت‌کننده در کارآزمایی با میانگین ۸۰ کیلوگرم و انحراف استاندارد ۵ کیلوگرم.

اگر دو مجموعه داده با SD های متفاوت اما میانگین یکسان داشته‌باشیم، مجموعه دادهٔ با SD بزرگتر دارای پهنای گسترده‌تری نسبت به مجموعه دادهٔ با SD کوچکتر است.

به عنوان مثال، اگر گروه دیگری از بیمارانی که در کارآزمایی شرکت می‌کنند دارای همان وزن متوسط ۸۰ کیلوگرم اما انحراف استاندار ۳ باشند، ±1 SD شامل ۶۸/۲ درصد افراد خواهد بود، بنابراین ۶۸/۲٪ از بیماران وزن بین ۷۷ تا ۸۳ کیلوگرم دارند. (شکل ۷). این را با مثال بالا مقایسه کنید.



شکل ۷. نمودار توزیع طبیعی وزن بیماران در کارآزمایی با میانگین ۸۰ کیلوگرم و انحراف استاندارد ۳ کیلوگرم.

مراقب باشید

انحراف استاندارد فقط باید در صورتی که داده‌ها توزیع طبیعی دارند، استفاده شود. با این‌حال، اغلب میانگین و انحراف استاندارد برای داده‌هایی که به طور طبیعی توزیع نمی‌شوند، به اشتباه استفاده می‌شوند.

یک راه ساده برای بررسی توزیع طبیعی این است که ببیند 2SD دورتر از میانگین، هنوز درون دامنهٔ متغیر قرار دارد. به‌عنوان مثال، اگر داده‌های مربوط به مدت اقامت بیماران در بیمارستان با میانگین۱۰ روز و انحراف استاندارد ۸ روز را داشته باشیم،

$$\text{mean} - 2 \times \text{SD} = 10 - 2 \times 8 = 10 - 16 = -6 \text{ days}.$$

به وضوح این مقدار برای مدت اقامت بیماران غیرممکن است، بنابراین داده‌ها نمی‌تواند به طور طبیعی توزیع شده باشند. پس در این مثال میانگین و SD ها اندازه‌های مناسبی برای استفاده نیستند.

خبر خوب: لازم نیست چگونگی محاسبه SD را بدانید.
به خاطر بسپارید که:
یک SD شامل ۶۸/۲٪ از داده‌ها است
دو SD شامل۴/ ۹۵٪ از داده‌ها است
سه SD شامل۷/ ۹۹٪ از داده‌ها است.

برای این منظور، به خاطر سپردن منحنی "توزیع طبیعی" در شکل ۶ می‌تواند به شما کمك کند.

ممتحن‌ها ممکن است سؤال کنند چه درصدی از افراد در ۱، ۲، یا ۳ انحراف استاندارد از میانگین قرار دارند. باز هم، سعی کنید آن درصدها را به خاطر بسپارید.
(اگر علاقمند به جزئیات بیشتر و درک بهتر مطالب فوق هستید، فصل ۱۳ را بخوانید).

فاصله اطمینان (Confidence Interval)

اهمیت فاصله اطمینان به قدری مهم است که در سه چهارم مقالات دیده می‌شود.

درک آن آسان نیست، بلکه مفهومی دشوار است، اما مفهومی است که بدون نگرانی در مورد جزئیات آن، می‌توانید آن را درک کنید.

فواصل اطمینان (CI) معمولاً زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که به جای این‌که فقط مقدار میانگین نمونه را بخواهیم، محدوده‌ای را می‌خواهیم که احتمالاً مقدار واقعی میانگین جمعیت را در بر گیرد.

این "مقدار واقعی" یک مفهوم دشوار دیگری است، و میانگینِ مقداری است که اگر داده‌های کل جمعیت را داشته باشیم، آن را به‌دست خواهیم آورد.

آمارشناسان فاصله‌ای را محاسبه می‌کنند که می‌توان کاملاً مطمئن باشیم که آن فاصله "مقدار واقعی" پارامتر جمعیت را در بر دارد.

به عنوان مثال، ممکن است علاقمند کاهش فشار خون (BP) با درمان ضد پرفشاری خون باشیم. از یک نمونهٔ بیماران درمان شده می‌توان میانگین تغییر فشارخون را پیدا کنیم.

با این‌حال، این تنها میانگینِ نمونهٔ خاص ما خواهد بود. اگر گروه دیگری از بیماران را نمونه گرفتیم، انتظار نداریم دقیقاً به همان مقدار برسیم، زیرا شانس می‌تواند بر تغییر فشار خون تأثیر بگذارد.

فاصله اطمینان (CI) دامنه‌ای را می‌دهد که در آن دامنه احتمالاً مقدار واقعی (یعنی میانگین تغییر BP اگر تعداد نامحدودی از بیماران را درمان کنیم) را در بر دارد.

مثال ها
در مطالعه A ، میانگین فشارخون سیستولیک قبل از شروع درمان ۱۰۰ بیمار فشار خون بالا، ۱۷۰ میلی‌متر جیوه بود. پس از درمان با داروی جدید، میانگین آن ۲۰ میلی‌متر جیوه کاهش یافت.

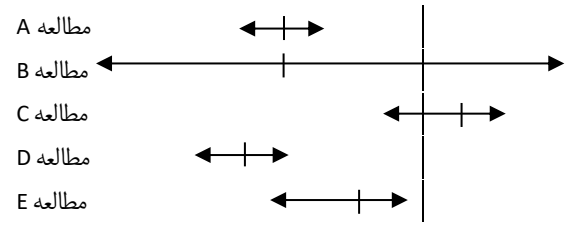
اگر فاصله اطمینان ۹۵٪ ، ۱۵–۲۵ باشد، این بدان معنی است که می‌توانیم ۹۵٪ اطمینان داشته باشیم که اثر واقعی درمان، کاهش فشار خون بین ۱۵تا ۲۵ میلی متر جیوه است.

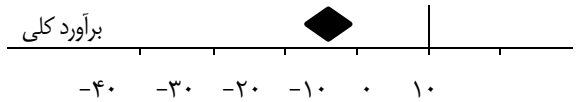
در مطالعه B تعداد۵۰ بیمار با همان دارو تحت درمان قرار گرفتند، همچنین میانگین فشارخون آنها ۲۰ میلی‌متر جیوه کاهش یافت، اما با فاصله اطمینان گسترده‌تر ۵+ تا ۴۵- به دست آمد. این فاصله اطمینان شامل صفر (بدون تغییر) است. این بدان معناست که بیش از ۵٪ شانس وجود دارد که تغییر واقعی در BP وجود نداشته و این دارو در واقع بی اثر بوده است.

مراقب باشید
اندازه فاصله اطمینان با اندازه نمونه مطالعه مرتبط است. مطالعات بزرگتر معمولاً CI باریک‌تری دارند.

در مواردی‌که چند مداخله، پیامدها یا مطالعات انجام شده باشد، تجسم لیست طولانی از میانگین‌ها و فواصل اطمینان دشوار است. برخی از مقالات با نشان دادن نمودار، کار را آسانتر می‌کنند.

به عنوان‌مثال، "متاآنالیز" روشی برای جمع آوری نتایج حاصل از تعدادی از مطالعات مشابه، به منظور برآورد کلی‌اثر است. بسیاری از متاآنالیزها اثرات درمان مطالعات را از طریق نمایش تغییرات میانگین و فواصل اطمینان ۹۵٪ در یک چارت مقایسه می‌کنند. مثالی از این کار در شکل ۸ آورده شده است.





تغییر در فشارخون (میلی متر جیوه)

شکل ۸. نمودار ۵ مطالعه مربوط به داروی ضد فشارخون جدید را نشان می‌دهد. ببینید که چگونه نتایج مطالعهٔ Aو B توسط دو خط نشان داده شده‌است، یعنی کاهش۲۰ میلی‌مترجیوه در فشارخون، ۹۵٪ فاصله اطمینان ۱۵-۲۵ برای مطالعهA ، و کاهش۲۰ میلی‌مترجیوه، با ۹۵٪ فاصله اطمینان ۵+ تا ۴۵- برای مطالعه B.

خط عمودی مقیاس ندارد و فقط برای نشان دادن نقطه صفر برای هر خط CI استفاده می‌شود.

در شکل ۸، آمارشناس نتایج حاصل از هر پنج مطالعه را با هم ترکیب و محاسبه کرده‌است. میانگین کلی کاهش فشارخون۱۴ میلی‌متر جیوه، 95% CI 12-16 است. این مهم توسط لوزی"برآورد ترکیبی" نشان داده شده است. ببینید که چگونه ترکیب تعدادی از مطالعات، CI را کاهش می‌دهد، این برآور ترکیبی یا یک کاسه شده، ارزیابی دقیق‌تری از اثر واقعی درمان ارائه می‌دهد.

نمودار شکل۸، نمودار پراکنش(Forest plot)، و به‌طور محاوره‌ای بلوبوگرام (blobbogram) نامیده می‌شود.

تفاوت انحراف استاندارد و فاصله اطمینان چیست؟
انحراف استاندارد در مورد تغییر (پراکندگی) در نمونه به ما می‌گوید. فاصله اطمینان محدوده‌ای را به ما می‌گوید که آن فاصله مقدار واقعی میانگین (اگر نمونه بی‌نهایت بزرگ باشد) را احتمالاً در بر می‌گیرد.

در سؤال امتحان ممکن است نموداری مشابه نمودار شکل ۸ ارائه شود و از شما بخواهند یافته‌ها را خلاصه کنید. در نظر بگیرید:

- ✓ کدام مطالعه بزرگترین تغییر را نشان داده است؟
- ✓ آیا همه مطالعات به نفع مداخله تغییرکرده اند؟
- ✓ آیا تغییرات از نظر آماری معنادار است؟
- ○ در مثال بالا، مطالعه D بزرگترین تغییر را با میانگین افت فشارخون ۲۵ میلی متر جیوه نشان می‌دهد.
- ○ مطالعه C منجر به افزایش میانگین BP شده، اگرچه CIی آن گسترده است؛ پهنای CI ممکن است به دلیل تعداد کم بیماران این مطالعه باشد.

- برآورد ترکیبی از میانگین کاهش فشار خون ۱۴میلی‌متر جیوه، 95% CI 12-16 ، از نظر آماری معنادار است.

(اگر علاقمند به جزئیات بیشتر و درک بهتر مطالب فوق هستید، فصل ۱۴، صفحه ۸۲ را بخوانید).